

ISSN 1812 – 3368

ВЕСТНИК

МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
имени Н.Э. Баумана

2012

СПЕЦИАЛЬНЫЙ ВЫПУСК № 3

Математическое моделирование



СЕРИЯ
«ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»



Серия "Естественные науки"
Специальный выпуск № 3
"Математическое моделирование"

Научно-теоретический
и прикладной журнал
широкого профиля

Издается с 1990 г.

Издательство МГТУ
им. Н.Э. Баумана

В соответствии с постановлением Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации журнал включен в Перечень периодических и научно-технических изданий, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук

СОДЕРЖАНИЕ

Моделирование в науке о материалах

- Димитриенко Ю. И., Соколов А. П., Сборщиков С. В. Моделирование микроразрушения тканевых композитов..... 5

Моделирование в технике

- Боровин Г. К., Тучин А. Г., Тучин Д. А., Ярошевский В. С. Ионосферная ошибка траекторных измерений дальности космических аппаратов..... 20
- Боровин Г. К., Захваткин М. В., Степаньянц В. А., Тучин А. Г., Тучин Д. А., Ярошевский В. С. Идентификация маневров, выполняемых двигателями малой тяги космического аппарата 27
- Садыхов Г. С., Елисеева О. В., Бабаев И. А. Средняя наработка до критического отказа техногенно-опасного объекта: предельные и непараметрические оценки 37
- Апельцин В. Ф. Оптический эффект малого смещения наблюдаемого положения источника излучения, полученный математическим моделированием задачи высокочастотного рассеяния 47
- Димитриенко Ю. И., Краснов И. К., Реш Г. Ф., Акинкин Д., Кузнецов И. Разработка вычислительной технологии решения геометрически обратных задач тепловой диагностики трехслойных сварных конструкций 55

Моделирование в аэрогидродинамике

- Котенев В. П., Сысенко В. А. Уточненный метод быстрой оценки давления на поверхности гладких затупленных тел 64

УДК 629.7

Г. К. Боровин, А. Г. Тучин, Д. А. Тучин,
В. С. Ярошевский**ИОНОСФЕРНАЯ ОШИБКА ТРАЕКТОРНЫХ
ИЗМЕРЕНИЙ ДАЛЬНОСТИ КОСМИЧЕСКИХ
АППАРАТОВ**

Исследована ионосферная составляющая ошибки дальнометрических траекторных измерений космических аппаратов. Построена реконструкция полной электронной концентрации ионосферы на основе измерений наземной сети GPS-приемников. Разработаны алгоритмы моделирования ионосферной составляющей ошибки на основе построенной реконструкции. Проведено сравнение результатов моделирования этого параметра с его измеренным значением.

E-mail: bc@kiaml.rssi.ru

Ключевые слова: ионосфера, измерение дальности, траекторные измерения, ошибки измерений.

Ионосферная ошибка является одной из составляющих ошибок наземных и бортовых траекторных измерений космических аппаратов (КА) [1—3]. Эта ошибка проявляется в задержке принимаемого сигнала и в искривлении траектории луча.

Моделирование ионосферной составляющей ошибки измерений проведено на основе построенной реконструкции состояния ионосферы. Задачей реконструкции является получение оценки полной электронной концентрации ТЕС (Total Electron Content) над каждой точкой поверхности Земли. Предложен алгоритм оценки ТЕС по данным наземной сети GPS-приемников.

На основе построенной реконструкции создана модель влияния ионосферы на распространение сигнала от навигационного космического аппарата (НКА) до КА. В модели использовано интегральное представление полной электронной концентрации, предложенное в работе [4]. Рассмотрены алгоритмы и методы оценки параметров этого представления в построенной реконструкции ионосферы. Предложен алгоритм расчета ионосферной задержки.

Рассмотрены результаты сравнения предложенной модели ионосферной задержки с реальными измерениями по данным КА Champ на суточном интервале.

Построение реконструкции ионосферы. Для каждой точки (φ, λ) Земли на момент времени t [5]

$$\text{TEC}(t, \varphi, \lambda) = f^2 \frac{1}{40,3} \Delta\rho_f^{\text{зон}}(t, \varphi, \lambda), \quad (1)$$

где f — частота радиосигнала, Гц; 40,3 — размерный коэффициент, Гц, соответствующий критической частоте [6]; $\Delta\rho_f^{\text{зон}}(t, \varphi, \lambda)$ — ионосферная задержка радиосигнала на частоте f через весь ионосферный слой Земли по направлению в зенит (зенитная задержка), м.

Пусть β — угол пересечения линии распространения сигнала слоя ионосферы (рис. 1). Тогда зенитную ионосферную задержку можно представить в следующем виде [7]:

$$\Delta\rho_f^{\text{зон}}(t, \varphi, \lambda) = \Delta\rho_f(t, \varphi, \lambda) \cos \beta. \quad (2)$$

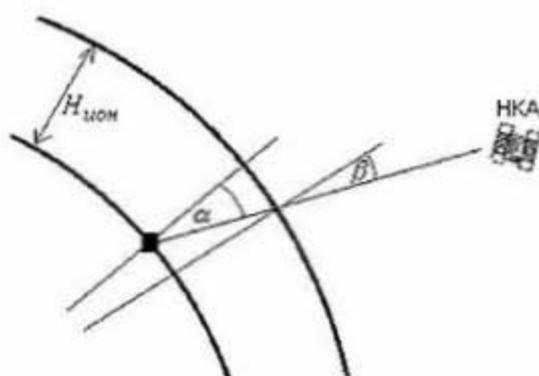


Рис. 1. Прохождение сигнала НКА — приемник через ионосферу

Преобразуем выражение (2):

$$\Delta\rho_f^{\text{зон}}(t, \varphi, \lambda) = \Delta\rho_f(t, \varphi, \lambda) \sqrt{1 - \left[\frac{R_3}{R_3 + H_{\text{ион}}} \right]^2 \sin^2 \alpha}, \quad (3)$$

где α — зенитный угол направления на излучатель радиосигнала; $H_{\text{ион}}$ — высота ионосферного слоя, R_3 — радиус Земли; $\Delta\rho$ — ионосферная задержка сигнала полного прохождения через ионосферный слой по трассе излучатель—приемник.

Существует наземная сеть станций, принимающая сигналы от спутниковой навигационной системы GPS и состоящая из более чем 600 станций, расположенных в различных точках земного шара. Результаты измерений псевдодальностей [1] доступны в сети Internet с дискретностью 30 с. Передатчики НКА системы GPS излучают сигналы на частотах $f_{L1} = 1\,575,42$ МГц и $f_{L2} = 1\,227,60$ МГц.

В силу обратной пропорциональности ионосферной задержки сигнала f_{L1} квадрату несущей частоты соотношение для расчета ионосферной задержки на частоте f_{L1} на некоторый момент времени имеет вид [2]

$$\Delta\rho_{L1}^i = \frac{f_{L2}^2}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2} (PR_{L2}^i - PR_{L1}^i), \quad i=1, \dots, n, \quad (4)$$

где PR_{L1}^i , PR_{L2}^i — результаты измерений псевдодальности от i -го НКА на частотах f_{L1} и f_{L2} ; n — число одновременно видимых НКА.

Подставив в выражение (1) значение задержки сигнала на частоте f_{L1} , вычисленное по формулам (3), (4), и усреднив значение зенитной задержки сигнала в ионосфере по числу видимых НКА, получим соотношение для полной электронной концентрации с использованием двухчастотных измерений псевдодальности системы GPS:

$$\begin{aligned} \text{TEC}(t, \varphi, \lambda) = \\ = \frac{f_{L1}^2 f_{L2}^2}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2} \frac{1}{40,3} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[(PR_{L2}^i - PR_{L1}^i) \sqrt{1 - \left[\frac{R_3}{R_3 + H_{\text{ион}}} \right]^2} \sin \alpha_i \right]. \end{aligned}$$

Алгоритм построения реконструкции ионосферы включает два этапа. На первом этапе строится реконструкция в узлах неравномерной сетки. Для этого на момент времени t для каждой i -й станции вычисляется значение $\text{TEC}_i(t, \varphi_i, \lambda_i)$. Затем строится сетка с использованием широт и долгот всех обрабатываемых станций. Часть узлов этой неравномерной сетки уже содержит вычисленные значения TEC. Вычисление значений TEC в остальных узлах сетки проводится интерполяцией по трем станциям, ближайшим к искомому узлу.

На втором этапе строится реконструкция ионосферы в узлах равномерной сетки с дискретностью 9° по широте и долготе. Значение TEC в узлах этой сетки вычисляется интерполяцией по ближайшим четырем узлам неравномерной сетки. Построенная таким образом реконструкция имеет шаг по времени $30''$. Для вычисления значений TEC внутри 30-секундного интервала используется линейная интерполяция.

На рис. 2 показана реконструкция задержек ионосферы Земли на момент московского декретного времени 08:04:47 29 июня 2002 г. Черные области соответствуют предельным значениям задержки сигнала в 10 м по зенитному углу, белые области — минимальной задержке сигнала.



Рис. 2. Реконструкция задержек ионосферы

Анализ реконструкции ионосферы показывает, что наибольшие значения полной электронной концентрации соответствуют освещенности Земли Солнцем (жирная белая точка).

Определение задержки сигнала НКА—КА в ионосфере. Рассмотрим задержку сигнала в ионосфере при его прохождении от НКА к КА (рис. 3) по трассе $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$, где \vec{r}_1 — вектор, направленный в точку входа сигнала в ионосферу; \vec{r}_2 — вектор, направленный в точку выхода сигнала из ионосферного слоя высотой $H_{\text{ион}}$ над поверхностью Земли. Если КА принимает сигнал внутри ионосферного слоя, то положим $\vec{r}_2 = K\vec{A}_2$.

В связи с неоднородностью ионосферного слоя задержка сигнала $\Delta\rho_{L1}(t)$ на частоте f_{L1} по трассе $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ прохождения через ионосферный слой представляется в виде

$$\Delta\rho_{L1}(t) = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} d_e(t, h(\vec{r})) d\vec{r}. \quad (5)$$

Здесь $d_e(t, h(\vec{r})) d\vec{r}$ — элементарная задержка по участку трассы $d\vec{r}$; $d_e(t, h(\vec{r}))$ учитывает неоднородность ионосферного слоя в зависимости от высоты; $h(\vec{r})$ — высота над поверхностью Земли в промежуточной точке трассы P .

Рассмотрим вид подынтегральной функции [4]:

$$d_e(t, h) = d_0(t, \varphi, \lambda) \cdot \exp(1 - z - \exp(1 - z)), \quad z = (h - h_0)/H,$$

где h_0 — точка достижения максимума подынтегральной функции; H — нормирующий коэффициент.

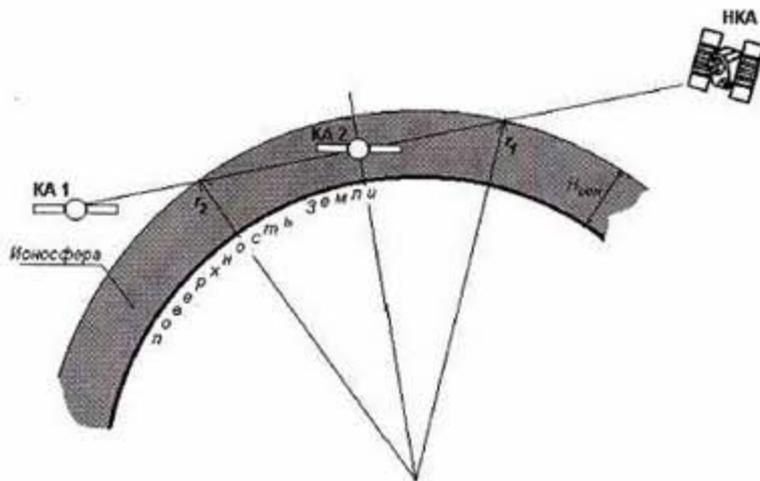


Рис. 3. Прохождение сигнала НКА — КА через ионосферу

Полученные выше значения полной электронной концентрации на момент t в точке (φ, λ) использованы для нахождения параметра $d_0(t, \varphi, \lambda)$ подынтегральной функции (6).

С учетом выражения (6):

$$\Delta\rho_{L1}^{\text{ЗЕН}}(t, \varphi, \lambda) = \int_0^{\infty} d_e(t, h) dh = H \int_{-h_0/H}^{\infty} d_0(t, \varphi, \lambda) \cdot \exp[1 - z - \exp(1 - z)] dz,$$

или

$$\Delta\rho_{L1}^{\text{ЗЕН}}(t, \varphi, \lambda) = d_0(t, \varphi, \lambda) H \left[e - \exp\left(1 - \exp\frac{h_0}{H}\right) \right]. \quad (7)$$

Приравняв значение $\Delta\rho_{L1}^{\text{ЗЕН}}(t, \varphi, \lambda)$, полученное из (1), к представлению этой величины в виде (7), запишем соотношение для вычисления неизвестного параметра $d_0(t, \varphi, \lambda)$ модели (6):

$$d_0(t, \varphi, \lambda) = \text{TEC}(t, \varphi, \lambda) \frac{40,3}{f_{L1}^2} \frac{1}{H} \left[e - \exp\left(1 - \exp\frac{h_0}{H}\right) \right]^{-1}. \quad (8)$$

С учетом соотношений (5), (6) и (8) получим формулу для расчета ионосферной составляющей ошибки измерения псевдодальности на частоте f_{L1} , использующую текущее состояние реконструкции ионосферы на основе измерений наземных GPS-станций:

$$\Delta\rho_{L1} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} d_0(t, \varphi, \lambda) \cdot \exp(1 - z - \exp(1 - z)) d\vec{r}, \quad z = (h(\vec{r}) - h_0)/H. \quad (9)$$

Ионосферная ошибка измерений бортового приемника КА Champ. Проведено сравнение расчетного значения ионосферной задержки с измеренной задержкой, полученной по двухчастотным измерениям псевдодальностей GPS-приемника КА Champ. Европейский спутник научного назначения КА Champ находится на около-круговой орбите с наклоном 87° и периодом $93,55'$.

Для расчета ионосферной задержки применяли соотношение (9). Интегрирование проводили методом Ньютона—Котесса 6-го порядка ($k = 6$). Расчеты выполняли по формуле

$$\Delta\rho_{L1} = \frac{1}{H} |\bar{r}_2 - \bar{r}_1| \sum_{i=1}^6 [K_i \cdot d_0(t, \varphi_i, \lambda_i) \cdot \exp(1 - z_i - \exp(1 - z_i))],$$

где K_i — коэффициенты Котесса, для которых $\sum_{i=1}^6 K_i = 1$ и $K_i = K_{6-i}$.

В проведенных расчетах использованы следующие значения параметров модели (9): $H = 100$ км, $h_0 = 420$ км [5].

Измеренную задержку сигнала по трассе НКА—КА Champ вычисляли по формуле (4).

На рис. 4 и 5 показаны зависимости от времени расчетных и измеренных значений ионосферной задержки НКА системы GPS на суточном интервале 7 августа 2000 г. Жирной линией показано расчетное значение, тонкой линией — измеренное значение ионосферной задержки. По оси абсцисс — время с шагом 10 с, по оси ординат — ионосферная ошибка, м.

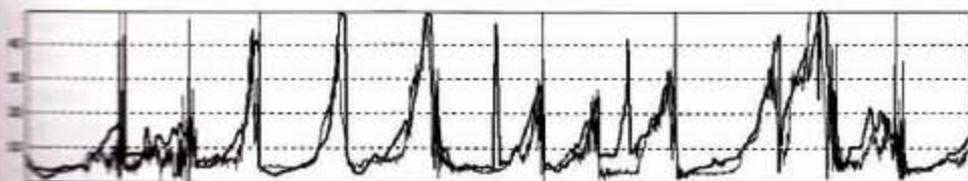


Рис. 4. Ионосферная составляющая ошибки измерения псевдодальности НКА GPS № 30

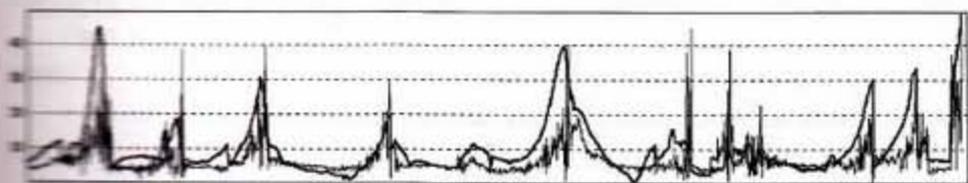


Рис. 5. Ионосферная составляющая ошибки измерения псевдодальности НКА GPS № 31

Среднее измеренного значения ионосферной ошибки по НКА GPS составляет 8 м. Среднее значение невязки между ионосферной ошибкой КА Champ и значений, рассчитанных по построенной в работе модели, составляет 1 м. Это означает, что модель существенно уменьшает систематическую составляющую ионосферной задержки.

Выводы. Разработаны алгоритмы и методы реконструкции ионосферы по данным сети наземных GPS-станций. Предложенная модель расчета ионосферной задержки дает хорошее согласование с данными измерений. Разработанная методика используется при моделировании сигналов НКА в части ионосферной задержки. Метод расчета полной электронной концентрации применяется для устранения ионосферной составляющей ошибки для наземных [8] и бортовых [1] траекторных измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аким Э. Л., Астахов А. П., Бакитыко Р. В. и др. Автономная навигационная система околоземного космического аппарата // Изв. РАН. ГиСУ. – 2009. – № 2.
2. Тучин Д. А. Кодовые измерения псевдодальности системы GPS. Модель ошибок и априорная оценка точности определения вектора состояния. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2002 (препр. № 30).
3. Akim E. L., Tsuchin D. A. GPS errors statistical analysis for ground receiver measurements // Program 17th Int. Symp. on Space Flight Dynamics. Prepr. N 32. – М.: Inst. Apl. Mathem. Russia Academy of Sciences, 2003.
4. Bilitz G., Koblinsky C., Berckley B., et al. Using IRI for the computation of ionospheric corrections for altimeter data analysis // Adv. Space. Res. – 1995. – Vol. 15/2. – P. 113–119.
5. Montenbruck O., Gill E. Ionospheric correction for GPS tracking of LEO satellites // The Journal of Navigation. – 2002. – N 55. – P. 293–304.
6. Черный Ф. Б. Распространение радиоволн. – М.: Сов. радио, 1972.
7. Суроткин В. А., Клименко В. В., Кореньков Ю. Н. Использование глобальной самосогласованной модели термосферы – ионосферы – протоносферы для интерпретации TEC по данным GPS // Северо-Зап. регион. конф. по распространению радиоволн. – СПб., 2003.
8. Локальная обработка измерений радиосистемы межпланетных космических аппаратов / Э.Л. Аким, А.А. Горохова, И.П. Киселева и др. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2002 (препр. № 11).

Статья поступила в редакцию 03.07.2012.